

Języki Formalne i Złożoność Obliczeniowa

Zadanie 73

Maciej Walkowiak

Treść

Pokaż, że jeśli język regularny jest konfluentny, to jest jednostajnie konfluentny.

Rozwiązanie

Niech L będzie konfluentnym językiem regularnym. Wówczas z twierdzenia o indeksie wynika, że relacja $\sim_L$ ma skończenie wiele klas abstrakcji.

Lemat

Ustalmy $w, v \in \Sigma^*$. Niech $x \in \Sigma^*$ spełnia $\forall y \in \Sigma^* (wxy \in L \iff vxy \in L)$ (taki x istnieje, ponieważ L jest konfluentny). Wówczas:

$$\forall w' \in [w]_{\sim_L}, v' \in [v]_{\sim_L}, y \in \Sigma^* (w'xy \in L \iff v'xy \in L)$$

Dowód

Ustalmy w', v', y takie, że $w' \in [w]_{\sim_L}, v' \in [v]_{\sim_L}, y \in \Sigma^*$. Z definicji relacji $\sim_L$ wynika, że $(w'xy \in L \iff wxy \in L)$ oraz $(v'xy \in L \iff vxy \in L)$. Oznacza to, że $(w'xy \in L \iff v'xy \in L)$ zachodzi wtedy i tylko wtedy, gdy zachodzi $(wxy \in L \iff vxy \in L)$, co zawsze jest spełnione (tak został zdefiniowany x).

Z lematu wynika, że dla każdej pary klas abstrakcji wystarczy nam jeden x , by zachodziła własność konfluencji. Dodatkowo klas abstrakcji relacji $\sim_L$ jest skończenie wiele. Własności te mówią nam, że istnieje skończony zbiór X taki, że:

$$\forall w, y \in \Sigma^* \exists x \in X \forall y \in \Sigma^* (wxy \in L \iff vxy \in L)$$

Niech $c = \max\{|x| : x \in X\}$. Wówczas z definicji c wynika, że powyższą własność możemy osłabić do definicji jednostajnej konfluentności, co kończy dowód zadania.