76. Pokaż, że istnieje c, t. że dla $n=m+2$ i

$L=\{w \mid w\in\{0,1\}^*, |w|_1 = m\}$ warunki zadania 79

spełnione. L jest reg., a min. DFA, który go

rozpoznaje ma n stanów (po 1 na 0-m jedynek

i stan bez wyjścia, do którego wchodzi np po >m

jedynek).

Niech $A_{k,l}=\{w \mid w\in\{0,1\}^*, |w|=k, |w_1|=l\}$. Pokaż, że

w min. DFA dla $L_{1/2}$ wyrazy należące do różnych $A_{k,l}$ dla

$0\le l\le\lfloor \frac{m}{2}\rfloor$, $l\le k\le m-l$ muszą mieć różne stany.

1° $w_1\in A_{k_1,l_1}$, $w_2\in A_{k_2,l_2}$, $l_1\ne l_2$. Bez zmniejszenia

ogólności $l_1>l_2$. Jeśli do obu słów dokleimy

$m-l_2$ jedynek, to słowo powstałe z w_2

będzie mieć m jedynek, więc $\in L_{1/2}$ (wystarczy dokleić zera, by było w L), a słowo powstałe z w_1 będzie mieć $> m$ jedynek, więc $\notin L_{1/2}$. Zatem muszą mieć różne stany w DFA dla $L_{1/2}$.

2° $w_1 \in A_{k_1, l}$, $w_2 \in A_{k_2, l}$, $k_1 \neq k_2$. Bez zmniejszenia ogólności $k_2 > k_1$. Jeśli do obu słów dokleimy $m-l-k_2$ zer, to słowo powstałe z w_2 $\in L_{1/2}$ (ma l jedynek i dł. $m-l$, więc można dokleić $m-l$ jedynek, by było w L). Słowo powstałe z w_1 $\notin L_{1/2}$ (ma l jedynek i dł. $< m-l$, więc nie da się dokleić do niego słowa o tej samej dł., by było ~~m~~ jedynek). Zatem w_1, w_2 muszą mieć różne stany w DFA dla $L_{1/2}$.

Zatem słowa ze zb. $A_{k,l}$ dla $0 \le l \le \lfloor \frac{m}{2} \rfloor$, $l \le k \le m-l$ muszą mieć różne stany. Czyli min. DFA dla $L_{1/2}$ musi mieć co najmniej $|\{(k,l) : 0 \le l \le \lfloor \frac{m}{2} \rfloor, l \le k \le m-l\}|$ stanów. Można oszacować z dołu przez cm^2 dla jakiegoś c, zatem

Też przez cn^2, bo $n = m+2$ (n, jak wyżej m).