

Zadanie 186

186 jest PSPACE zupełne

1. Jest w PSPACE - pełne obrotu ma głębokość $2n$, możemy je realizować w pamięci wielomianowej od n

2. Redukcja z QBF

$$\exists p_1, q_1, \dots, \exists p_n, q_n : \phi(p_1, q_1, \dots, p_n, q_n)$$

Stworzymy dla niego następującą formułę

$$\phi'(p_1, p_1', q_1, q_1', \dots, p_n, p_n', q_n, q_n') = (\phi \wedge \bigwedge_{i=1}^n (q_i \vee q_i') \wedge \phi) \vee \bigvee_{i=1}^n (p_i \vee (q_i \wedge q_i'))$$

\Rightarrow * QBF prawdziwe \Rightarrow Patrokles wygrywa
Strategia Patroklesa

$$\begin{aligned} p_i' &\rightarrow 1 \\ p_i &\rightarrow \text{tak jak strategia z QBF} \\ q_i, q_i' &\rightarrow 1 \end{aligned}$$

* QBF nieprawdziwe \Rightarrow Mejsa wygrywa

Fakt 1

Mejsa może zawsze zaniegować drugiej gracie (n wtraćić przy p_i' oraz n wtraćić przy $(q_i \wedge q_i')$)

Fakt 2

Mejsa nie może wtraćić się przy ustawianiu zmiennej p_i , bo przegra.

Dowód

Jeżeli Majra wtrąca się przy ustalaniu wartościowania P pozostałe $2n-1$ wartości nie wystarczą na zaniechanie drugiego nawiasu. Wtedy Patrokles może ~~znowo~~ spełnić drugi nawias, a konsekwencyjnie całą formułę.

Fakt 3

Majra nie może się wtrącić do wartościowania q_i oraz q_i' jednocześnie.

Dowód

Jak wyżej, zabraknie miejsca na zaniechanie alternatywy w ~~inym~~ ~~drugim~~ nawiasie i cały drugi nawias będzie prawdziwy \rightarrow cała formuła będzie prawdziwa.

Majra przegra

~~Strategia~~ Fakt 4

Nawias $q_i \wedge q_i'$ imituje $\forall q_i \in QBF$ - jeżeli Majra chce wybrać prawdziwe - neguje q_i' , jeżeli fałsz neguje q_i

Przy podanej strategii Patroklesa - Majra ~~znowo~~ Majra będzie negować

q_i' oraz jeden ze zwanym q_i lub q_i' - w ten sposób zaniecha drugiego nawiasu, a ponieważ QBF ~~nigdy~~ jest jest nieprawdą pierwszy nawias również będzie fałszem.

Czy Majra wygra z każdą strategią Patroklesa?

Jeżeli Patrokles ustawi q_i lub q_i' na 0 - ~~mo~~ Majra ^{wtrąca się i} zwaniasuje drugi nawias na fałsz. Spowoduje to, że w pierwszym nawiasie jeden z nawiasów koniunkcyjnych będzie fałszem, w konsekwencji pierwszy nawias będzie fałszem, a Majra ~~wciąż~~ będzie miała odpowiednią liczbę wartości by zaniechać drugi