

Języki Formalne i Złożoność Obliczeniowa

Wojciech Jarząbek

28 marca 2020

Zadanie 72

Treść zadania

- Czy każdy język regularny jest konfluentny?
- Czy każdy język konfluentny jest regularny?

Rozwiązanie

Zacznijmy od przypomnienia odpowiedniej definicji. O języku $A \subseteq \Sigma^*$ powiemy, że jest konfluentny, jeśli zachodzi następujący warunek:

$$\forall w, v \in \Sigma^* \exists x \in \Sigma^* \forall y \in \Sigma^* (wxy \in A \iff vxy \in A)$$

Intuicja: język jest konfluentny, jeśli dla dowolnych dwóch słów $w, v \in \Sigma^*$ istnieje słowo $x \in \Sigma^*$ takie, że wx oraz vx są nierozróżnialne dla automatu rozpoznającego ten język, toteż dopisanie do nich dowolnego słowa y sprawia, że oba słowa będą zaakceptowane przez automat rozpoznający język A , lub oba zostaną przez niego odrzucone.

- Czy każdy język regularny jest konfluentny? **NIE**

Rozważmy język $L = (aa)^*$, słowa: $w = a$, $v = aa$, a także dowolne słowo $y \in \Sigma^*$. Język L jest trywialnie regularny, lecz nie istnieje słowo x , które sprawiłoby, że słowa wxy oraz vxy zostałyby naraz przyjęte bądź odrzucone przez automat, gdyż x nie może mieć jednocześnie parzystej i nieparzystej długości.

- Czy każdy język konfluentny jest regularny? **NIE**

Rozważmy język $L = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ oraz trzy dowolne słowa: $w, v, y \in \Sigma^*$. Niech $x = ba$, wtedy $wxy \notin L$ oraz $vxy \notin L$. Oznacza to, że język L jest konfluentny, lecz jednocześnie wiemy, że nie jest on regularny (z twierdzenia Myhill–Nerode’a oraz lematu o pompowaniu).