

Języki formalne i złożoność obliczeniowa, ćwiczenia nr 2

Michał Maksim

Wrocław, dnia 21 marca 2020

1. Zadanie 43

Wiemy z treści zadania, że relacja R jest relacją automatyczną, zatem język L_R jest regularny. Istnieje więc $DFA A$, który rozpoznaje ten język. Spróbujemy przerobić ten automat tak, aby otrzymać automat rozpoznający język $L_{R'}$ co będzie oznaczało, że rzut relacji automatycznej jest relacją automatyczną.

Niech w nowym automacie alfabet, stany, stany akceptujące i stan początkowy pozostaną takie same jak w $DFA A$ rozpoznającym L_R . Zmodyfikujemy jedynie funkcję przejścia:

Jeśli w A będąc w stanie q_i po wczytaniu krotki $\langle a_1, a_2, \dots, a_k \rangle$ znaleźliśmy się w stanie q_j to w nowym automacie - nazwijmy go A' - przejście ze stanu q_i do q_j będzie miało miejsce po wczytaniu krotki $\langle a_1, a_2, \dots, a_{k-1} \rangle$.

To co utraciliśmy przy takiej modyfikacji to determinizm. Musimy teraz pokazać, że tak zbudowany $NDA A'$ rozpoznaje język $L_{R'}$, czyli że:

$$A' \text{ akceptuje słowo } w \Leftrightarrow w \in L_{R'}$$

\Rightarrow Skoro A' akceptuje słowo w oznacza, że istnieje w nim ścieżka ze stanu początkowego do jakiegoś stanu akceptującego. Przeanalizujmy teraz ścieżkę odpowiadającą ścieżce z A' utworzoną przez A . Możemy z niej odtworzyć brakujące elementy m . Zatem jeśli A' akceptuje $w \Rightarrow w \in L_{R'}$.

\Leftarrow Wiemy, że $w \in L_{R'}$. Zatem zgodnie z definicją $R' \exists m \in \mathbb{N} \langle r, m \rangle \in R$. Istnieje też odpowiednia ścieżka S w A od stanu początkowego do stanu akceptującego. Skoro automat A' jest niedeterministyczny to możemy 'zgodnąć' ścieżkę, która będzie odpowiadała ścieżce S z automatu A . Zatem $w \in L_{R'} \Rightarrow A'$ akceptuje słowo w .

Rozwiązanie jest z grubasza poprawne.
Myslę, że mogło by być nieco bardziej ściśle.
Np. co się stanie jeśli $\langle r, m \rangle$ jest takie, że "m" jest większe niż "r".

Wystarczy kilka dodatkowych zdań.