> **Transducery**
>
> Transducer Moore'a to krotka $\langle \Sigma, \Sigma_1, Q, q_0, \delta, \sigma \rangle$ gdzie $\langle \Sigma, Q, q_0, \emptyset, \delta \rangle$ jest DFA i gdzie $\sigma : Q \to \Sigma_1^*$ dla pewnego alfabetu Σ_1. Jeśli $T = \langle \Sigma, \Sigma_1, Q, q_0, \delta, \sigma \rangle$ jest transducerem Moore'a to $f_T : \Sigma^* \to \Sigma_1^*$ jest zdefiniowana jako $f_T(\epsilon) = \epsilon$ oraz $f_T(wa) = f_T(w)\sigma(\hat{\delta}(wa, q_0))$.
>
> Transducer Mealy'ego zdefiniowany jest analogicznie, z tą różnicą, że $\sigma : Q \times \Sigma \to \Sigma_1^*$ oraz $f_T(wa) = f_T(w)\sigma(\hat{\delta}(w, q_0), a)$.
>
> **Zadanie 80.**
>
> Pokaż, że dla każdego n istnieje transducer Mealy'ego $T = \langle \Sigma, \Sigma_1, Q, q_0, \delta, \sigma \rangle$ o $|Q| = |\Sigma| = n$, taki że każdy transducer Moore'a równoważny T ma przynajmniej n^2 stanów.

Istnieje T. Mealy'ego nie mający równoważnych T. Moore'a o mniej niż n^2 stanach

Skonstruuję transducer Mealy'ego T o $|Q| = |\Sigma| = n$:

- $T = \langle \Sigma, \Sigma_1, Q, q_0, \delta, \sigma \rangle$,
- $\Sigma = \{a_1, \ldots, a_n\}$,
- $\Sigma_1 = \{b_{11}, b_{12}, \ldots, b_{1n}, b_{21}, b_{22}, \ldots, b_{nn}\}$,
- $Q = \{q_1, \ldots, q_n\}$,
- $q_0 := q_1$,
- $\delta(a_j, q_i) = q_j$, tzn. graf odpowiadający temu DFA jest pełny,
- $\sigma(q_i, a_j) = b_{ij}$.

Załóżmy nie wprost, że istnieje transducer Moore'a $T' = \langle \Sigma, \Sigma_1, Q', q_0, \delta', \sigma' \rangle$ równoważny T, taki że $|Q'| < n^2$. Niech $S = \{s_1, \ldots, s_m\}$ dla $m \leq |Q'|$ to będzie zbiór wartości funkcji $\sigma' : Q' \to \Sigma_1^*$. Chcę pokazać, że istnieje słowo $w \in \Sigma_1^*$, którego nie stworzymy za pomocą słów z S. Dojdziemy do sprzeczności, bo w będzie można otrzymać z funkcji f_T, ale nie będzie można z $f_{T'}$.

Rozważmy słowa $a_1a_1, a_1a_2, \ldots, a_1a_n, a_2a_1, \ldots, a_na_n$. Jest ich n^2. Z definicji funkcji σ i f_T wiemy, że $f_T(a_ia_j) = b_{1i}b_{ij}$. Z zasady szufladkowej istnieją takie i, j że ani $b_{1i}b_{ij}$, ani b_{ij} nie należą do S. Stąd $f_{T'}(a_ia_j) \neq b_{1i}b_{ij}$. Wtedy $f_T(a_ia_j) \neq f_{T'}(a_ia_j)$, czyli T' nie jest równoważny T.