

## JFiZO, 2. lista zdalna

Sławomir Górawski

27 marca 2020

**Zadanie 16.** Czy istnieje wyrażenie regularne  $\phi$ , oznaczające jakiś niepusty język regularny, takie że  $L_{a\phi} = L_{\phi b}$ ? Czy istnieje wyrażenie regularne  $\phi$ , oznaczające jakiś niepusty język regularny, takie że  $L_{a^*\phi} = L_{\phi b^*}$ ?

1. Nie. Dowód przeprowadzimy nie wprost. Załóżmy, że istnieje wyrażenie regularne  $\phi$  takie, że  $L_{a\phi} = L_{\phi b}$ . W takim razie  $\phi$  musi zaczynać się od symbolu  $a$  (w przeciwnym wypadku równość na pewno nie byłaby prawdziwa). Niech  $x$  – najmniejsza możliwa ilość symboli  $a$  na początku słowa z  $L_\phi$ . Weźmy dowolne słowo  $w$  z  $L_\phi$  które ma na początku  $x$  symboli  $a$ . Wtedy słowo  $wb$  należy do  $L_{\phi b}$ , natomiast nie może należeć do  $L_{a\phi}$ , gdyż każde słowo z  $L_{a\phi}$  ma na początku co najmniej  $x + 1$  symboli  $a$ . Zatem  $L_{a\phi} \neq L_{\phi b}$ , co daje sprzeczność.

2. Tak. Takie wyrażenie to  $\phi = a^*b^*$ , dla którego zachodzi:

$$a^*\phi = a^*a^*b^* = a^*b^* = a^*b^*b^* = \phi b^*,$$

z czego wynika, że  $L_{a^*\phi} = L_\phi = L_{\phi b^*}$ .