JFiZO- zadanie nr 80

Michał Kucharczyk

March 2020

1 Rozwiązanie

Ustalmy dowolne $n \in \mathbb{N}_+$
Niech $T = \langle \Sigma, \Sigma_1, Q, q_0, \delta, \sigma \rangle$ będzie transducerem Mealy'ego, gdzie:
$\Sigma = \{a_i : i \in \mathbb{N},\ i < n\}$ (a_i parami różne litery)
$Q = \{q_i : i \in \mathbb{N},\ i < n\}$
$\Sigma_1 = \{a_i : i \in \mathbb{N},\ i < n^2\}$
δ: dla $q_i \in Q,\ a_j \in \Sigma\ \ \delta(q_i, a_j) = q_j \in Q$
σ: dla $q_i \in Q,\ a_j \in \Sigma\ \ \sigma(q_i, a_j) = a_{in+j} \in \Sigma_1$
Pokażę, że każdy transducer Moora równoważny T ma przynajmniej n^2 stanów.
Weźmy dowolny transducer Moora $T' = \langle \Sigma, \Sigma_1, Q', q'_0, \delta', \sigma' \rangle$ równoważny T.
Wtedy z definicji równoważności transducerów:
$\forall w \in \Sigma^*\ \forall a \in \Sigma\ f_T(w)\sigma(\hat{\delta}(w, q_0), a) = f_{T'}(w)\sigma'(\hat{\delta}(wa, q_0))$
Więc $\forall w \in \Sigma^*\ \forall a \in \Sigma\ \sigma(\hat{\delta}(w, q_0), a) = \sigma'(\hat{\delta}(wa, q_0))$
Z definicji σ oraz δ $\{\sigma(\hat{\delta}(a_i, q_0), a_j) : a_i, a_j \in \Sigma\} = \Sigma_1$, więc $Rng(\sigma) \supseteq \Sigma_1$ oraz $Rng(\sigma') \supseteq \Sigma_1$
stąd $|Q'| = |Dom(\sigma')| \geqslant |Rng(\sigma')| \geqslant |\Sigma_1| = n^2$ co należało pokazać.