1 zad 80

Weźmy dowolne $n \in \mathbb{N}_+$
Niech $T = \langle \Sigma, \Sigma_1, Q, q_0, \delta, \sigma \rangle$ będzie transducerem Mealy'ego, gdzie:
$\Sigma = \{a_i : i \in \mathbb{N},\ i < n\}$ (a_i parami różne litery)
$Q = \{q_i : i \in \mathbb{N},\ i < n\}$
$\Sigma_1 = \{a_i : i \in \mathbb{N},\ i < n^2\}$
δ: dla $q_i \in Q,\ a_j \in \Sigma\ \ \delta(q_i, a_j) = q_j \in Q$
σ: dla $q_i \in Q,\ a_j \in \Sigma\ \ \sigma(q_i, a_j) = a_{in+j} \in \Sigma_1$
Pokażę, że każdy transducer Moora równoważny T ma przynajmniej n^2 stanów.
Weźmy dowolny transducer Moora $T' = \langle \Sigma, \Sigma_1, Q', q_0', \delta', \sigma' \rangle$ równoważny T.
Wtedy $\forall w \in \Sigma^*, \forall a \in \Sigma\ f_T(w)\sigma(\hat{\delta}(w, q_0), a) = f_T(wa) = f_{T'}(wa) = f_{T'}(w)\sigma'(\hat{\delta}(wa, q_0))$
Więc $\forall w \in \Sigma^*, \forall a \in \Sigma\ \sigma(\hat{\delta}(w, q_0), a) = \sigma'(\hat{\delta}(wa, q_0))$
Biorąc $w = a_i, a = a_j\ \sigma(\hat{\delta}(w, q_0), a)$ przyjmuje wszystkie wartości ze zbioru Σ_1, więc σ' musi również przyjmować przynajmniej te wartości, więc $|Dom(\sigma')| = |Q'| \geqslant |\Sigma_1| = n^2$ co należało pokazać.

Michał Kucharczyk