Zadanie 25

Michał Grzymek

21 marca 2020

Ponieważ rozważany alfabet jest jednoelementowy, poniżej przez „krawędź" będę rozumiał krawędź z etykietą 0.

Przykładowym takim językiem jest $L = \{0^n : n = 0 \vee 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210 \nmid n\}$. Na wykładzie przedstawione było $NDFA$ dla bliźniaczo podobnego języka. Dla L wygląda ono tak że z początkowego wierzchołka, który jest akceptujący, wychodzą 4 krawędzie, prowadzęco odpowiednio do cykli skierowanych długości odpowiednio $2, 3, 5$ oraz 7. W każdym z tych cykli jedynie ostatni, to znaczy ten o największej odległości od początkowego wierzchołek jest nieakceptujący. Jeżeli wierzchołki niepoczątkowe poetykietujemy tak, że ten w cyklu odowiadającemu p odległy o i od początkowego będzie się nazywał „$n \mod p = i$", to łatwo zauważyć że zbiór wierzchołków osiągalnych przez słowo $0^n, n > 0$ opisuje reszty n modulo $2, 3, 5, 7$. Jeżeli $210 \nmid n$ to któraś z tych liczb również nie dzieli n, więc któryś z osiągalnych wierzchołków będzie akceptujący. Wpp każda z nich dzieli n więc nie będzie akceptującego. To $NDFA$ ma $1 + 2 + 3 + 5 + 7 = 18 < 20$ stanów.

Załóżmy że istnieje $NDFA$ rozpoznający $\Sigma^\star \setminus L$, czyli zbiór napisów z zer mających dodatnią długość podzielną przez 210, mający mniej niż 200 stanów. Weźmy jakaś najkrótszą ścieżkę ze stanu początkowego do akceptującego. Ponieważ jest ona najkrótsza to nie ma cyklu, czyli wszystkie wierzchołki na niej są różne. Ponieważ żadna liczba zer mniejsza od 210 nie jest akceptowalna przez ten automat, musi ona mieć co najmniej 205 wierzchołków. Ale to znaczy że automat ma więcej niż 200 stanów, sprzeczność.

Rozwiązanie mi się podoba. Proszę o wyjaśnienie przedostatniej linijki.